

**ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ.  
АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
(УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ)**

**Выходные данные**

Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения искусственных спутников Земли. Аналитические и численные методы: Учеб. пособие. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. 178 с. ISBN 978-5-7511-1834-1

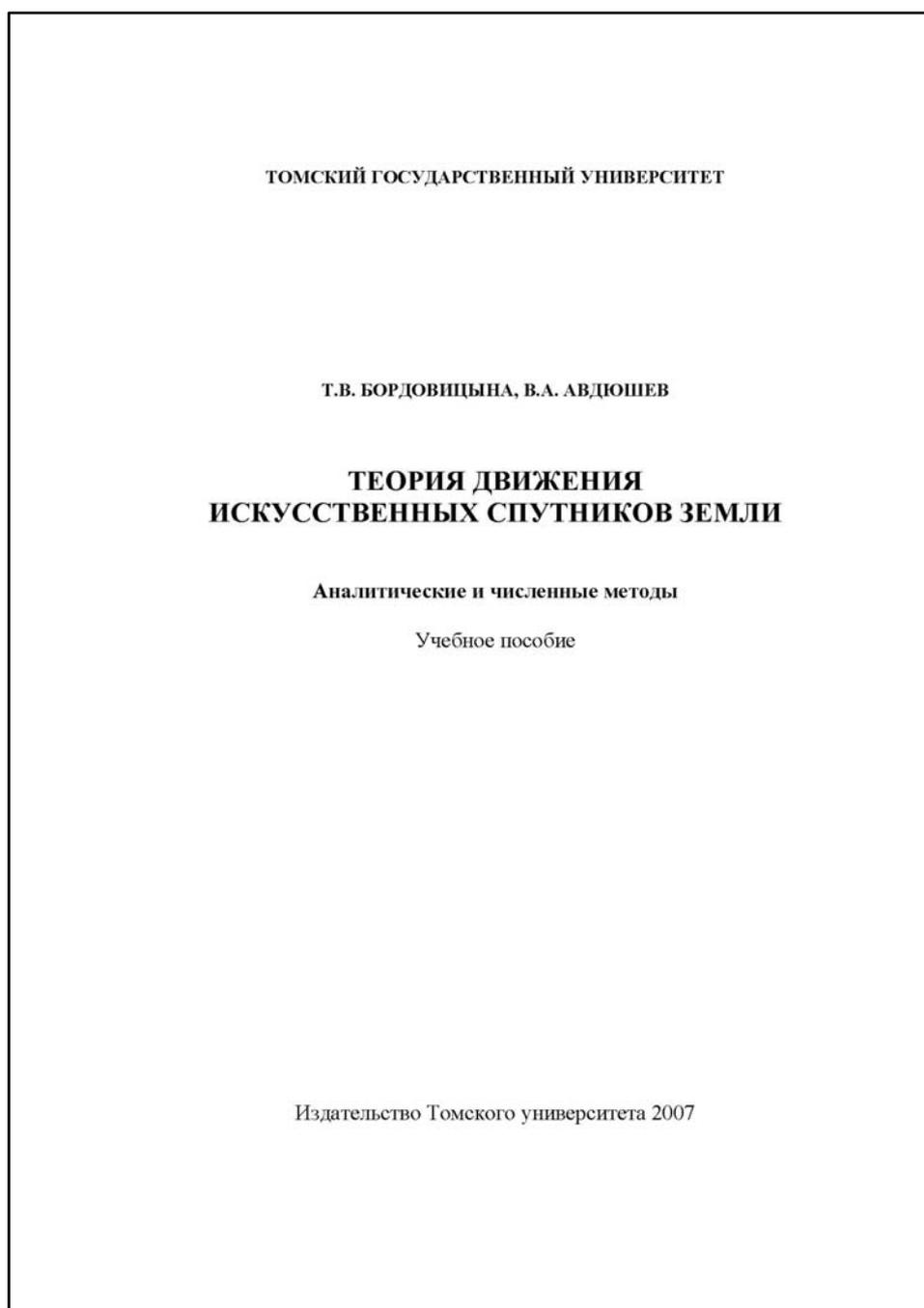


Рис. 1. Выходные данные

УДК 521.1  
ББК 22.62  
Б 82

Рецензент:  
профессор МГУ, д. ф.-м. н. Н.В. Емельянов

*Печатается по решению учебно-методического объединения  
«Физика»*

**Бордовицына Т.В., Авдошев В.А.**  
Б 82 Теория движения искусственных спутников Земли. Аналитические  
и численные методы: Учеб. пособие. — Томск: Изд-во Том. ун-та,  
2007. — 178 с.

ISBN 978-5-7511-1834-1

В настоящем учебном пособии излагаются применяемые в задачах динамики искусственных спутников Земли (ИСЗ) уравнения движения, аналитические и численные методы их решения, а также различные способы представления действующих на ИСЗ сил. Три последних раздела книги посвящены описанию существующих аналитических и численных моделей движения ИСЗ и возможностей их практического использования. Данное пособие представляет собой детальное описание одного из важных разделов курса «Небесная механика», являющегося федеральной компонентой государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению 03.06.01 — Физика и астрономия.

Учебное пособие может использоваться в преподавании курсов «Небесная механика» и «Аналитические и численные методы интегрирования в космической геодезии», а также для чтения специального курса по динамике искусственных спутников Земли при осуществлении различных специализаций, связанных с созданием, эксплуатацией и использованием искусственных спутников Земли.

УДК 521.1  
ББК 22.62

ISBN 978-5-7511-1834-1

© Т.В. Бордовицына, В.А. Авдошев, 2007

Рис. 2. Выходные данные

## **Аннотация**

В настоящем учебном пособии излагаются применяемые в задачах динамики искусственных спутников Земли (ИСЗ) уравнения движения, аналитические и численные методы их решения, а также различные способы представления действующих на ИСЗ сил. Три последних раздела книги посвящены описанию существующих аналитических и численных моделей движения ИСЗ и возможностей их практического использования. Данное пособие представляет собой детальное описание одного из важных разделов курса «Небесная механика», являющегося федеральной компонентой государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению 03.06.01 — Физика и астрономия.

Учебное пособие может использоваться в преподавании курсов «Небесная механика» и «Аналитические и численные методы интегрирования в космической геодезии», а также для чтения специального курса по динамике искусственных спутников Земли при осуществлении различных специализаций, связанных с созданием, эксплуатацией и использованием искусственных спутников Земли.

## **Предисловие**

Настоящее учебное пособие написано для того, чтобы дать в руки студентов, специализирующихся в области небесной механики и космической геодезии, книгу, охватывающую большинство методов и подходов, используемых для построения аналитических и численных моделей движения искусственных спутников Земли (ИСЗ).

За 50 лет существования раздела науки, именуемого динамикой ИСЗ, создано много новых методов и алгоритмов, предназначенных как для приближенного, так и для высокоточного моделирования движения, написаны глубокие монографии (Каула, 1970; Аксенов, 1977; Дубошин, 1983) и аналитические обзоры (Уральская, Журавлев, 1980; Емельянов, 1980), но практически нет учебников. Вышедшая в 1965 г. книга П.Е. Эльясберга «Введение в теорию полета искусственных спутников Земли», которую можно было бы рекомендовать студентам для первоначального ознакомления с проблемой, давно стала библиографической редкостью. А по современным результатам нет даже сколько-нибудь

подробных обзоров. Справедливости ради следует сказать, что практически все вышедшие в последнее десятилетие учебники по спутниковой геодезии содержат те или иные сведения из теории движения ИСЗ. Однако выбор приводимых форм уравнений движения, методов их интегрирования и моделей сил очень часто произволен и не дает полного представления об этом разделе небесной механики. Среди книг, изданных по динамике ИСЗ в последнее время за рубежом, выделяется книга О. Монтенбрука и Е. Гилла «Спутниковые орбиты. Модели, методы и приложения» (Montenbruck, Gill, 2000). Будучи переведенной на русский язык она вполне могла бы стать хорошим учебным пособием по прикладным вопросам динамики ИСЗ. Мы же в настоящем пособии излагаем теорию движения ИСЗ как раздел небесной механики и стремимся охватить все методы и подходы, применяемые в этой области науки.

Как аналитический, так и численный подход к решению уравнений небесной механики основаны на приближении решений отрезками каких-либо рядов, однако в построении решений есть принципиальная разница.

Аналитический подход позволяет строить ряды, аппроксимирующие решение на значительных интервалах времени от одного до нескольких тысяч оборотов объекта. Кроме того, очень существенно, что аналитическая аппроксимация, хотя и может зависеть от типа орбиты, но никогда напрямую не связана с начальными условиями уравнений движения. В связи с этим аналитическую аппроксимацию можно считать общим решением. Поэтому аналитические методы иногда называют методами общих возмущений.

Главная трудность при аналитическом подходе состоит в представлении правых частей уравнений движения в виде явных функций времени и элементов орбит. Это достигается путем разложения возмущающей функции в ряд пуассоновского типа.

При численном подходе к решению уравнений движения аппроксимация ищется в виде различных модификаций отрезка ряда Тейлора на интервале времени, существенно меньшем одного оборота. Коэффициенты разложения вычисляются, исходя из начальных условий уравнений движения, и полученное решение

является частным. Поэтому численные методы называют иногда методами специальных или частных возмущений.

Здесь мы рассмотрим оба подхода в применении к задаче моделирования движения ИСЗ, обсудим специфические особенности каждого подхода и приведем простые примеры их использования. Кроме того, дадим обзор современных высокоточных аналитических и численных моделей движения ИСЗ и рассмотрим возможности их практического применения.

## **Краткое содержание**

Содержательная часть книги состоит из 13 глав:

- I. Системы координат, используемые в задачах динамики ИСЗ
- II. Формы представления гравитационного поля земли
- III. Классические формы представления уравнений движения ИСЗ
- IV. Математическое моделирование возмущающих сил, действующих на ИСЗ
- V. Главная проблема в теории движения ИСЗ
- VI. Аналитические методы в теории движения ИСЗ
- VII. Представление правых частей уравнений движения в виде функций элементов орбит
- VIII. Численное моделирование движения ИСЗ
- IX. Численные методы высоких порядков для решения обыкновенных дифференциальных уравнений
- X. Методы теории специальных возмущений в задачах динамики ИСЗ
- XI. Примеры применения аналитических методов в задачах динамики ИСЗ
- XII. Примеры применения численных методов в задачах динамики ИСЗ
- XIII. Методы моделирования процесса образования и эволюции космического мусора

В главе 1 рассматриваются астрономические системы координат, используемые в задачах динамики ИСЗ, и описываются связывающие их преобразования.

В главе 2 описаны две формы представления геопотенциала: в виде разложения по сферическим функциям и системой точечных масс.

Третья глава посвящена классическим формам представления уравнений движения ИСЗ. Рассматриваются уравнения движения в прямоугольных координатах, уравнения в оскулирующих кеплеровых элементах, уравнения в канонических переменных, а также уравнения в возмущениях канонических переменных.

В 4-й главе представлены модели сил, действующих на ИСЗ. Здесь дано описание возмущающих сил, связанных с несферичностью земного потенциала, влиянием приливных деформаций центрального тела, влиянием третьего тела, а также сил светового давления и возмущений от сопротивления атмосферы.

В 5-й главе рассматривается решение главной проблемы динамики ИСЗ, связанной с описанием движения ИСЗ под действием сжатия Земли. Дается описание так называемых промежуточных орбит, полностью или частично учитывающих действие сжатия Земли на движение спутника.

В 6-й главе обсуждаются аналитические методы построения теории движения ИСЗ. Приводится общий метод Лагранжа для построения уравнений в возмущениях параметров промежуточной орбиты. Приводятся уравнения движения, использующие в качестве промежуточной орбиты задачу двух неподвижных центров. Даются алгоритмы двух наиболее часто употребляемых в задачах динамики ИСЗ методов усреднения: Цейпеля и Хори-Депри (метод рядов и преобразований Ли).

В 7-й главе рассматриваются способы представления правых частей уравнений движения в виде явных функций времени.

Главы с 8-й по 10-ю посвящены проблемам численного моделирования движения ИСЗ. В главе 8 дается постановка задачи численного моделирования движения ИСЗ, обсуждаются особенности уравнений движения, затрудняющие процесс их численного интегрирования, приводятся алгоритмы вычисления возмущающих сил, используемые в численном моделировании.

В главе 9 приводится описание наиболее часто используемых в задачах динамики ИСЗ численных методов высоких порядков и способов оценки точности интегрирования.

Глава 10 посвящена различным способам преобразования уравнений движения, повышающим точность и быстродействие процесса их численного интегриро-

вания. Представлены различные способы стабилизации и регуляризации уравнений движения, и кроме того, даны различные алгоритмы Энке, использующие в качестве промежуточного движения как классическую задачу двух тел, так и ее регуляризованные и стабилизированные аналоги. В конце главы даны оценки эффективности применения регуляризирующих и стабилизирующих преобразований в процессе численного интегрирования уравнений движения ИСЗ.

В главе 11 приведены примеры применения аналитических методов в задачах динамики ИСЗ. Дан обзор высокоточных аналитических теорий движения ИСЗ. Приведено решение главной проблемы движения ИСЗ методом Ли преобразований, а также дана полуаналитическая методика расчета движения 12-часового спутника, построенная с помощью того же метода осреднения. Причем в качестве промежуточного движения использовано решение обобщенной задачи двух неподвижных центров.

Двенадцатая глава посвящена описанию примеров использования численных методов в задачах динамики ИСЗ. Здесь также дан обзор высокоточных численных моделей движения ИСЗ, представлен ряд методик прикладного характера, основанных на использовании численных моделей, и приведено описание результатов их применения.

Глава 13 связана с обсуждением методов моделирования процесса формирования и орбитальной эволюции космического мусора, образовавшегося в результате распада космических аппаратов на орбитах. Глава заканчивается описанием оценок соответствия приводимых моделей данным, полученным из наблюдений. Кроме того, дается графическое описание некоторых интересных эволюционных процессов, имеющих место в динамике фрагментов космического мусора, образовавшегося на орбитах в результате взрывов аппаратов.